平成２１年度

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻

入学資格者選考試験問題

【数学】

試験日時：平成２０年８月６日（水）　午後１時００分より同３時００分まで

問題冊子頁数（表紙、裏表紙を除いて）：　２頁

注意：

（１）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

（２）問題【Ⅰ】、問題【Ⅱ】のそれぞれについて最大２枚ずつの解答用紙を使用して別々に解答すること。その際、各解答用紙に試験科目名、問題番号【Ⅰ】，【Ⅱ】を忘れずに記入すること。

（３）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること）

（４）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

【数学】

【I】

問 1　$n \times m$ 実行列 $\mathbf{A}$ と $m \times n$ 実行列 $\mathbf{B}$ について，$\mathbf{I}_n + \mathbf{AB}$ が正則であるものとする． $\mathbf{I}_n$ は $n \times n$ の単位行列である．このとき以下を証明せよ．ただし，上付きの -1 は行列の逆行列を表す．

(i)　$(\mathbf{I}_n + \mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{I}_n - (\mathbf{I}_n + \mathbf{AB})^{-1}\mathbf{AB}$

(ii)　$(\mathbf{I}_n + \mathbf{AB})^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{I}_m + \mathbf{BA})^{-1}$

(iii)　$(\mathbf{I}_n + \mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{I}_n - \mathbf{A}(\mathbf{I}_m + \mathbf{BA})^{-1}\mathbf{B}$

問 2　以下の設問に答えよ．

(i)　以下に示す n 個の n 次元実ベクトル $\{\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_n\}$ が線形従属となるような実数 b を全て求めよ．ただし，$n \geq 2$ とする．

$$\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} b \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ b \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \ldots, \quad \mathbf{a}_{n-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ b \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_n = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$$

(ii)　2つの $n \times n$ 実行列 $\mathbf{A}$ と $\mathbf{B}$ があり，$\mathbf{A}^T\mathbf{A} = \mathbf{BA} = \mathbf{BB}^T$ が成り立つものとする．上付きの T は行列の転置を表す．このとき $\mathbf{A} = \mathbf{B}^T$ であることを示せ．なお，$\mathrm{Tr}(\cdot)$ を行列のトレースとするとき，任意の $n \times n$ 実行列 $\mathbf{C} = (c_{i,j})$ について，$\mathrm{Tr}(\mathbf{C}^T\mathbf{C}) = \sum_{i,j=1}^{n} c_{i,j}{}^2$ であることを用いても良い．

問 3　$n \times m$ 実行列 $\mathbf{A}$ について $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ が正則であり，また $\mathbf{R}$ を $n \times n$ 実対称正定値行列とする．以下の設問に答えよ．

(i)　$\mathbf{A}^T\mathbf{RA}$ が正則であることを示せ．

(ii)　$\mathbf{b}$ を n 次元実ベクトル（縦ベクトル）で定数，$\mathbf{x}$ を m 次元実ベクトル（縦ベクトル）で変数とするとき，

$$(\mathbf{Ax} - \mathbf{b})^T\mathbf{R}(\mathbf{Ax} - \mathbf{b})$$

の最小値を与える $\mathbf{x}$ を求めよ．

【II】

問 1 $f(x)$ を，区間 $[0, 1]$ において連続な関数とする．このとき，以下の問に答えよ．

(i) 等式

$$\int_0^\pi x f(\sin x)\, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x)\, dx$$

が成り立つことを示し，その結果を用いて定積分

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{4 - \cos^2 x}\, dx$$

を求めよ．

(ii) n を自然数とする．等式

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 x f(|\sin(n\pi x)|)\, dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi f(\sin x)\, dx$$

が成り立つことを示せ．

問 2 以下の問に答えよ．

(i) 領域 D_1 を

$$D_1 = \{(x,\, y) | x^2 + y^2 < 1,\ x > 0,\ y > 0\}$$

と定義する．変数変換 $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ を考えることにより，積分

$$I_1 = \iint_{D_1} \frac{xy}{(x^2+y^2)^s}\, dx\, dy, \quad s < \frac{3}{2}$$

を求めよ．

(ii) a, b を正の定数とし，領域 D_2 を

$$D_2 = \left\{ (x,\, y) \;\middle|\; \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1,\ x > 0,\ y > 0 \right\}$$

と定義する．変数変換 $x^2 = a^2 u(1-v), y^2 = b^2 uv$ を考えることにより，積分

$$I_2 = \iint_{D_2} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dx\, dy$$

を求めよ．

平成２１年度

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻

入学資格者選考試験問題

【専門科目Ｉ】

試験日時：平成２０年８月６日（水）　午後３時３０分より同５時３０分

問題冊子頁数（表紙、裏表紙を除いて）：　１２頁

選択科目：下記の科目のうち、２科目を選択し解答すること。

【論理回路】（２）	【機械力学】（４）
【工業数学】（４）	【基本ソフトウェア】（２）
【電気・電子回路】（２）	【確率統計】（２）

なお（ ）内数字は解答用紙の最大使用枚数を示す。

注意：

（１）上記科目から２科目を超えて選択してはいけない。３科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。別紙の選択表への記入を忘れないこと。

（２）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

（３）解答は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。

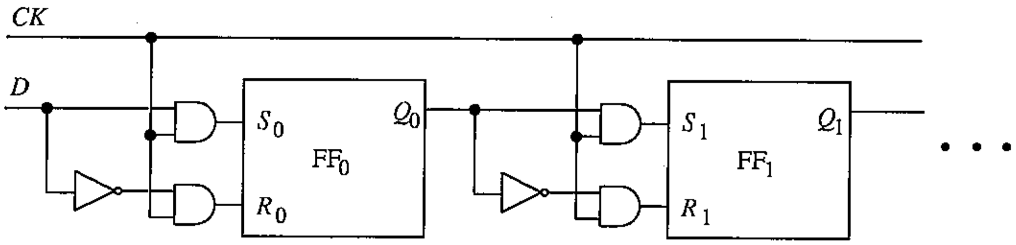
（４）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること）

（５）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

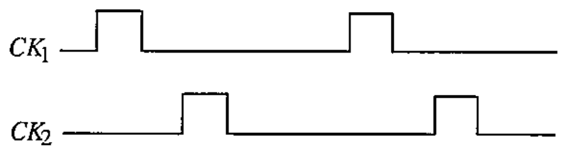
【論理回路】

問題1
フリップフロップについて，以下の問い (1)〜(4) に答えよ．

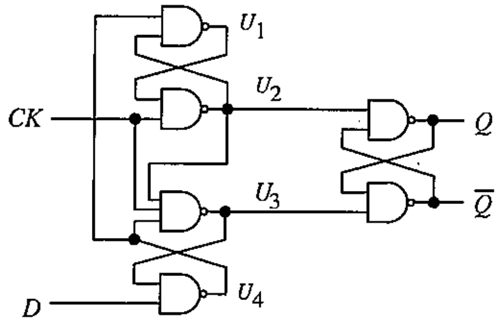
(1) 非同期式SR(セットリセット) フリップフロップ (SRFF) の，セット入力信号を S，リセット入力信号を R，現在の出力を Q とする．非同期式 SRFF を使って，クロック入力 (CK) のパルスによって入力データ (D) がシフトする下図のシフトレジスタ回路を考える．この回路は，クロック入力パルスの長さによっては，シフトレジスタとしての動作に問題が生じることがある．どのような問題が生じるか，具体的に説明せよ．



(2) 前問の問題点を解決する方法として，下図に示す位相の異なる二つのクロック入力 (CK_1, CK_2) を用い，1bit のデータ保持に二つの非同期式 SRFF を用いる回路が考えられる．この回路について，非同期式 SRFF および AND, OR, NOT 素子を用いた回路図を示し動作を説明せよ．



(3) (1) の問題点を解決する別の方法として，エッジトリガ型フリップフロップを使用する方法がある．下図に示すポジティブエッジトリガ型 D フリップフロップ (DFF) について，クロック入力 (CK)，データ入力 (D) の変化に対する回路の動作を信号 U_1，U_2，U_3，U_4 の変化を用いて説明することで，エッジトリガ型 D フリップフロップの動作を具体的に説明せよ．



(4) DFF を用いて 3 進カウンタを設計し，回路を示せ．ただし，回路にはクロックに関する回路は含まなくて良い．

問題2

入力信号 X, Y 及び出力 Q を持つ非同期式順序回路を考える．この回路は，入力 X, Y 及び現在の出力 Q に対し，次状態の出力 Q_+ 及び，次状態における状態名が以下の表で与えられるものとする．以下の問いに答えよ．

X	Y	Q	Q_+	状態名
0	0	0	0	A
1	0	0	1	D
0	1	0	0	C
1	1	0	1	E
0	0	1	1	B
1	0	1	1	D
0	1	1	0	C
1	1	1	1	E

(1) 複数の状態の併合による最簡化 (状態数の最小化) を行い，併合後の状態に状態名を割り当て，状態遷移表を示せ．

(2) 前問の状態遷移表を実現する非同期式順序回路を AND, OR, NOT 素子を用いて実現せよ．

【機械力学】

注意：問題 1，問題 2 はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問題 1

図 1 に示すような鉛直面内の運動を考える．天井に固定された点 P にあるピンジョイントから太さの無視できる質量 M，長さ ℓ の均質な剛体棒が吊り下げられている．また質量 m，半径 r の均質な円板の中心がピンジョイントを介して棒の下端に取りつけられている．さらに棒の下端にはブレーキが取りつけられている．

さて，はじめ棒が静止状態にあり，円板は一定の角速度 ω で回転していたところ，ある時刻でブレーキが作動し，棒と円板との相対運動が瞬時に停止したとする．

ピンジョイントとブレーキの質量，およびピンジョイントでの摩擦は無視できるものとし，重力加速度は g として以下の問いに答えよ．

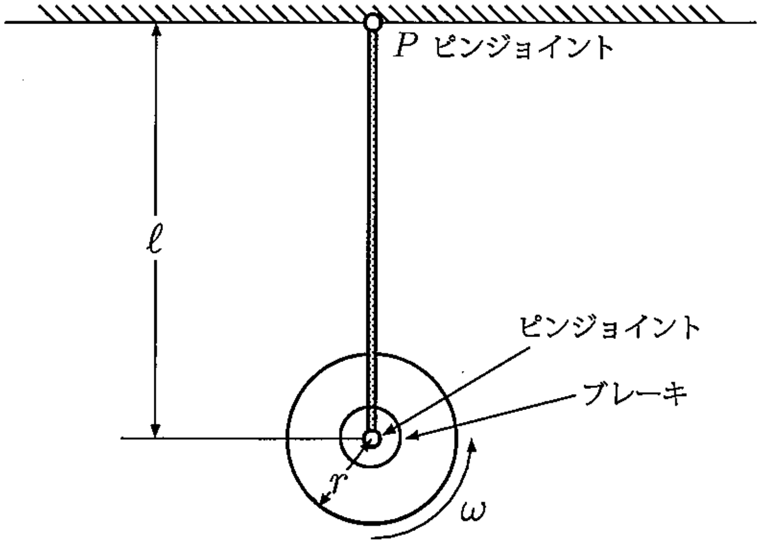


図 1

1. (a) 円板の中心まわりの慣性モーメント I を求めよ．
   (b) ブレーキが作動して棒と円板が一体となった後の，点 P まわりの全体の慣性モーメント J を求めよ．

2. (a) ブレーキが作動した直後の棒の角速度を求めよ．
   (b) 系全体の運動エネルギーをブレーキが作動する直前と直後で比較せよ．

3. 円板が天井に衝突しないための ω の条件を求めよ．

【機械力学】（続き）

問題２

下図に示すように二つの力学台車がばねで連結されている．台車の質量は左側がM，右側はmであり，線形ばねのばね定数はkとする．質量Mの台車は左の壁に接触する位置が原点$x_1=0$であり，質量mの台車については，$x_1=0$のときばねが自然長となる位置を原点$x_2=0$とする．台車は水平面上にあり，運動に伴う摩擦力は作用しないと仮定する．右側の台車に左方向に外力を作用させてばねを圧縮し，$x_1=0$，$x_2=-X$の位置で両者を静止させる．続いて時刻$t=0$に右側の台車を静かに解放する．台車の車輪の慣性モーメントは無視してよい．

(1) 質量Mの台車が運動を始める時刻$t=T$を求めよ．

(2) 時刻$t=T$における質量mの台車の速さvを求めよ．

(3) 質量Mの台車が壁から離れた状態で，二つの台車がばねの伸縮を伴いながら振動的に運動している状態を仮定し，相対変位の角振動数ωを求めよ．台車は互いに接触や衝突はしないとする．

(4) 時刻$t>T$について台車の位置x_1, x_2をtの関数として求めよ．

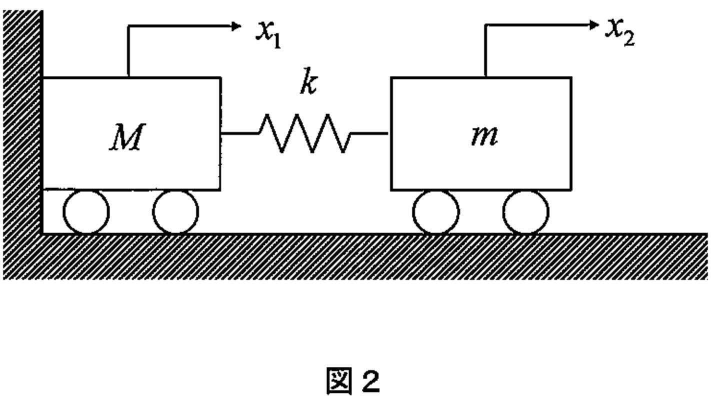


図２

[工　業　数　学]

各問題はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．必要なら裏面を用いよ．

問題 1

1)　次の関数を $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ で表せ．

$$w = 2x^2 - 2y^2$$

2)　複素平面上の原点中心で半径 $r (> 0)$ の円に沿って $z = r$ から $z = -r$ まで反時計回りに回ったときの曲線を C とする．次の値を求めよ．

$$\left| \int_C \frac{dz}{z} \right|$$

3)　次の複素関数 $f(z)$ の特異点における留数を求めよ．

$$f(z) = \frac{z^2 + z + 1}{z^2(z+1)}$$

4)　複素積分を用いて次の実積分の値を求めよ．

$$I = \int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{ax^2 + 1}, \; a > 0$$

問題 2

以下の 1) から 5) を複素関数としてとらえたとき，その正則性はどのような条件下で成立するかを示せ．さらに，正則性が成立する場合には，その（z に関する）導関数を求めよ．ただし，x と y はそれぞれ z の実部と虚部を表す変数であり，さらに a, b, c, q, r は任意に与えられた実定数，また，$\bar{z}$ は z の共役複素数を表すものとする．

1) $x(x^2 - ay^2) + iy(bx^2 - y^2)$

2) $\dfrac{x}{x^2 + y^2} - i\dfrac{y}{x^2 + y^2}$

3) $z^2 + c\bar{z}^2$

4) $e^{-y}(\cos qx + i \sin qx)$

5) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} r^n z^n$

【基本ソフトウェア】

注意：各問題はそれぞれ別の解答用紙に解答すること．

問題 1

自然数 $a_i, i = 1, 2, \cdots$ を要素とする無限数列 $\{a_i\}$ がある．数列 $\{a_i\}$ はある有限数列の繰り返しにより構成されているものとし，その繰り返し単位となる数列のうち最も長さの短い数列を $\{b_i\} = \{b_1, b_2, \cdots, b_n\}$ とする．即ち，$\{a_i\} = \{b_1, b_2, \cdots, b_n, b_1, b_2, \cdots, b_n, b_1, b_2, \cdots\}$ である．このとき，数列 $\{b_i\}$ の長さ n を数列 $\{a_i\}$ の最短周期と呼ぶ．例えば，最短周期 3 の数列 $\{a_i\}$ の一例は，$\{a_i\} = \{5, 8, 2, 5, 8, 2, 5, 8, 2, \cdots\}$ である．

図 1 に示す f は，入力 j$(1 \leq$ j$)$ に対して a_j の値が戻り値となる関数である．ここで，ある自然数の定数 m が与えられており，n は m 以下であることが保証されているとして，以下の設問に答えよ．なお，設問への解答プログラムにおいて，関数 f のプロトタイプ宣言については考慮しなくてよい．また，プログラム中において m を定数として使用してよい．

```
int f(int j){
...
...
}
```

図 1

(1) 数列 $\{b_i\}$ が以下の条件 A を満たしていることがわかっているものとして，図 2 に示されるプログラムを，無限数列 $\{a_i\}$ の最短周期 n を求め標準出力に出力するプログラムとして完成させよ．図 2 に示されるプログラムを全て解答用紙に写し，■■■■■の部分を埋めて解答すること．なお，■■■■■の部分には一つないし複数の文が入る．

条件 A：数列 $\{b_i\}$ の各要素が互いに相異なる

```
#include <stdio.h>
void main() {
    int j,n,f1,fc;
    f1=f(1);
    for (■■■■■) {
        fc=f(j);
        if (■■■■■) {
            ■■■■■
        }
    }
    printf("%d ",n);
}
```

図 2

(2) 条件 A を前提とせず，無限数列 $\{a_i\}$ の最短周期 n を求め，標準出力に出力するプログラムを関数 f を使って作成せよ．

問題 2

UNIX 系オペレーティングシステムに関する次の技術用語を説明せよ．(1)(2) それぞれにおいて 2 つの関連性の説明も含むこと．

(1) fork と exec

(2) パイプとフィルタ

【電気・電子回路】

注意: 問題 1, 問題 2 はそれぞれ別の解答用紙に解答すること.

問題 1 図 1 (a), (b) は，線形抵抗からなる 4 端子回路であり，抵抗値はすべて正であるものとする．端子 a, b, c, d の端子電圧を v_a, v_b, v_c, v_d, 端子電流を i_a, i_b, i_c, i_d とおく．ただし，端子電流はそれぞれの端子から回路に流入する向きを正とする．以下の設問に答えよ.

(1) 図 1 (a) の回路において，点 O の電位を v_o としたとき，端子電流 i_a, i_b, i_c, i_d を端子電圧 v_a, v_b, v_c, v_d および v_o を使って表せ.

(2) 設問 (1) の結果を使い，図 1 (a) の回路の端子電流 i_a, i_b, i_c, i_d を端子電圧 v_a, v_b, v_c, v_d により表せ．ただし，必要に応じて

$$G = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_d}$$

で定義される G を解答に用いてよい.

(3) 図 1 (b) の回路において，端子電流 i_a, i_b, i_c, i_d を端子電圧 v_a, v_b, v_c, v_d により表せ.

(4) 図 1 (b) の回路の抵抗値 $R_{ab}, R_{ac}, R_{ad}, R_{bc}, R_{bd}, R_{cd}$ の間にある関係式が成り立てば，図 1 (b) の回路と図 1 (a) の回路とが端子 a, b, c, d に関して等価になるような抵抗値 R_a, R_b, R_c, R_d が存在する．このとき，抵抗値 $R_{ab}, R_{ac}, R_{ad}, R_{bc}, R_{bd}, R_{cd}$ の間に成り立つべき関係式を求めよ.

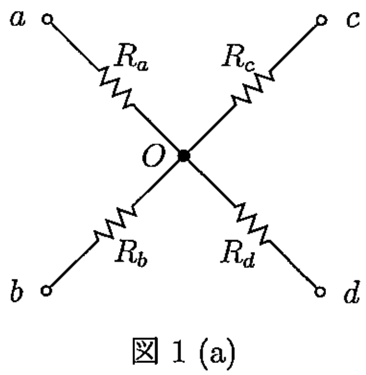


図 1 (a)

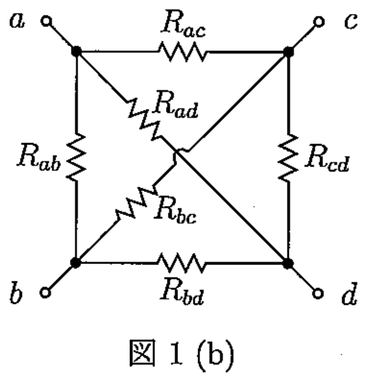


図 1 (b)

(電気・電子回路の問題は次ページに続く)

注意: 問題 1, 問題 2 はそれぞれ別の解答用紙に解答すること.

問題 2 図 2 (a), (b) は理想的な演算増幅器と線形抵抗とからなる回路である. 以下の設問に答えよ.

(1) 図 2 (a) の回路における電圧利得 v_o/v_i を求めよ.

(2) 図 2 (b) の回路における出力電圧 v_o を v_1, v_2 により表せ.

(3) 図 2 (b) の回路において出力電圧 v_o が v_1 と v_2 との差 $(v_2 - v_1)$ に比例するための条件を答えよ.

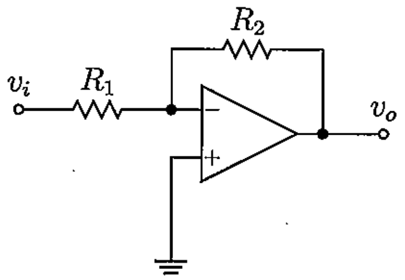


図 2 (a)

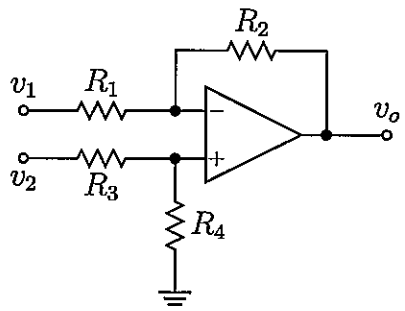


図 2 (b)

(電気・電子回路の問題はここまで)

【確率統計】

問 1 つぎのランダムな振幅 A とランダムな位相 ϕ をもった正弦波信号 $X(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ を考える．ここで，t は時間，ω は角周波数であり，A と ϕ は互いに独立とする．このとき，

$$X(t) = Y\sin\omega t + Z\cos\omega t$$

と表現し，新しい確率変数 Y, Z を定義する．以下の問に答えよ．

(i) Y, Z を A, ϕ で表せ．

(ii) A の確率密度関数が

$$p_A(x) = x\exp(-\frac{x^2}{2})\ (x > 0)$$

で ϕ が $(0, 2\pi)$ 上の一様分布に従うとする． このときの Y, Z の同時確率密度関数を計算し，$X(t)$ の確率密度関数を求めよ．

(iii) A が $(0,1)$ 上の一様分布に，ϕ が $(0, 2\pi)$ 上の一様分布に従うとするとき，$E[X(t)]$, $E[X^2(t)]$ を求めよ．ただし，$E[\cdot]$ は期待値を表す．

問 2 区間 $(0, \theta)$ 上の一様分布から大きさ n の互いに独立なサンプル $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ をとる．ここで，各 X_i の確率密度関数は

$$p_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta} & (0 < x < \theta) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \end{cases}$$

である．このとき，未知パラメータ θ の推定量として

$$Y_n = \max\{X_1, X_2, ..., X_n\}$$

を考える．つまり，Y_n はサンプル $X_1, X_2, ..., X_n$ の中の最大値である．このとき，以下の問に答えよ．

(i) Y_n の確率分布関数に関して

$$\Pr(Y_n \leq x) = \Pr(X_1 \leq x, X_2 \leq x, ..., X_n \leq x)$$

であることを示せ．

【 確率統計 】(続き)

(ii) Y_n の確率密度関数は

$$p_{Y_n}(x) = \begin{cases} \dfrac{nx^{n-1}}{\theta^n} & (0 < x < \theta) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \end{cases}$$

で与えられることを示せ.

(iii) $E[Y_n]$ を求め, Y_n は θ の不偏推定量かどうか述べよ.

(iv) $E[Y_n^2]$ を計算して平均二乗推定誤差 $E[(Y_n - \theta)^2]$ を求めよ.

(v) $c_n Y_n$ を θ の新しい推定量としたとき, その平均二乗推定誤差を最小にする定数 c_n を求め, Y_n と比べ推定誤差がどの程度改善したかについて述べよ.

平成２１年度

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻

入学資格者選考試験問題

【専門科目Ⅱ】

試験日時：平成２０年８月７日（木）　午前１０時００分より正午まで

問題冊子頁数（表紙、裏表紙を除いて）：　８頁

選択科目：下記の科目のうち、２科目を選択し解答すること。

【制御工学】（２）　　【材料力学】（４）

【計算機工学】（２）　　【人工知能】（２）

【オペレーションズ・リサーチ】（２）

なお（ ）内数字は解答用紙最大使用枚数を示す。

注意：

（１）上記科目から２科目を超えて選択してはいけない。３科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。別紙の選択表への記入を忘れないこと。

（２）すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。

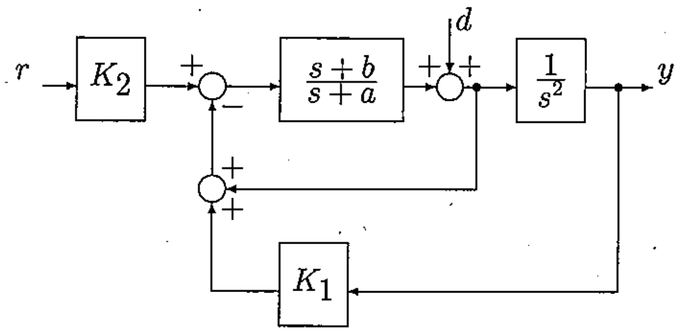
（３）解答用紙は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。

（４）解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること）

（５）解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

【制御工学】

【問題 1】 下図の制御系に関して以下の問いに答えよ.



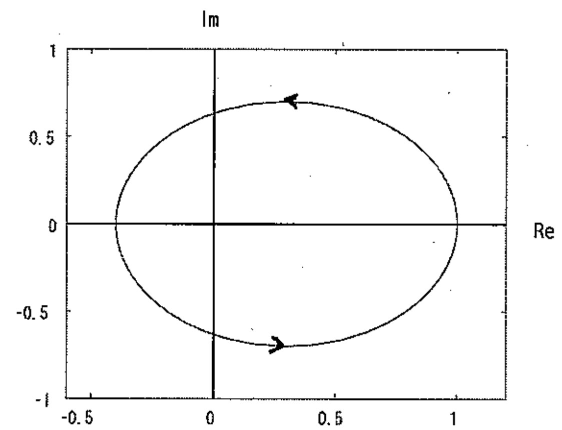
(a) $d = 0$ とする．制御系が安定となり，かつ出力 y がステップ目標値信号 r に定常偏差なく追従するために定数（a, b, K_1, K_2）が満たすべき条件を求めよ.

(b) $r = 0$ とする．$d = \sin t$ なる外乱が加わったとき，定常状態において $y = -\sin t$ となるために定数 ($a,\ b,\ K_1$) が満たすべき条件を求めよ.

【問題 2】 伝達関数

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 16}{s^2 - 10s + 16}$$

において，$\omega = 0 \sim \infty$ まで変化させた時のベクトル軌跡の概形が下図のようであった．出発点と終点はともに $1 + 0j$ である．このベクトル軌跡が実軸の負の部分を横切る点を求めた後，**ナイキストの安定判別法を用いて**，閉ループ系 $KL(s)/(1 + KL(s))$ の不安定極（実部が正の極）の数をゲイン K の大きさで場合分けして求めよ．ただし，K は正の実数とする.



[材　料　力　学]

問題毎に別々の解答用紙を使用すること．必要なら裏面を用いよ．

問題 1　図 1 に示すように，はり AB が左端 A において固定され，右端 B において，ばね定数 k なるばねで支えられている．右端のたわみが零のときにばねは自然長とする．また，ばね力は垂直方向にしか作用しない．左端 A から距離 a の C 点で一個の集中荷重 P が作用する．はりの断面二次モーメントを I，縦弾性係数を E と記す．

(1)　右端のばねを除去した場合につき，次の問に答えよ．

1)　モーメント図を描け．

2)　C 点での傾き角を求めよ．

3)　C 点でのたわみを求めよ．

(2)　右端のばねが存在する場合につき，次の問に答えよ．

1)　P によって右端に生じるたわみを求めよ．

2)　右端での反力 Q_b によって右端に生じるたわみを求めよ．

3)　右端での反力 Q_b を求めよ．

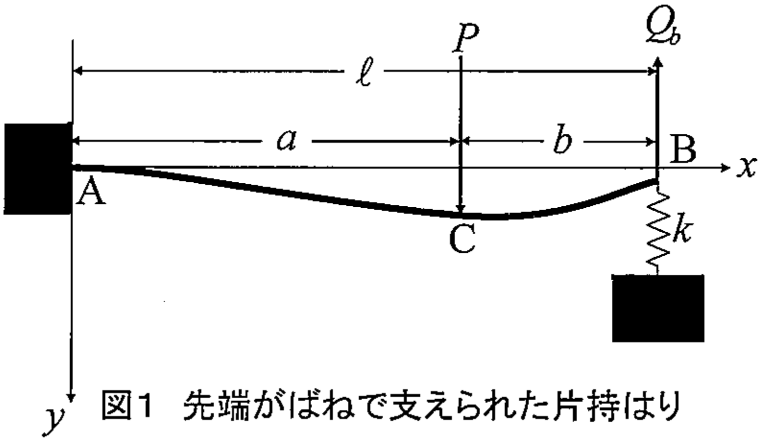


図1　先端がばねで支えられた片持はり

【材料力学】（続き）

問題２

下図に示す断面形状の均質な真直はりが，曲げモーメントMにより図中の水平対称軸を中立軸として曲げ変形をおこす．この曲げモーメントの作用で，はりの上半分には軸方向の引張り応力，下半分には同じく圧縮応力が生じる．材料の縦弾性係数はEとする．

(1) 図の中立軸ABについての断面二次モーメントI_{AB}を求めよ．

(2) 点EとFで生じるはりの軸方向の歪み ε_E と ε_F を求めよ．

(3) 軸ABと直交する中立軸CDについての断面二次モーメントI_{CD}を求めよ．次に$t = a/5$においてI_{AB}とI_{CD}の値を比較してどちらが大きいか調べよ．

(4) 軸ABと30°の角をなす中立軸A'B'について，$t = a/5$としたときの断面二次モーメント$I_{A'B'}$の値を計算せよ．

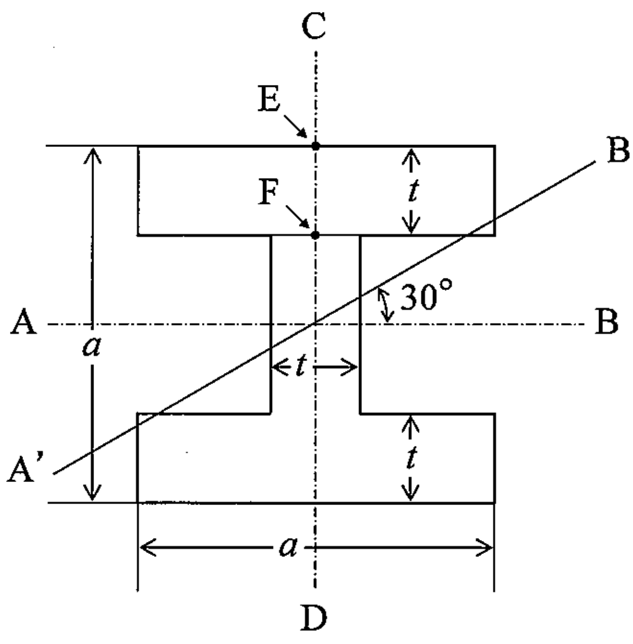


図2

【計算機工学】

注意：計算機工学の問題は以下の選択問題 I か II のいずれかを選択して答えなさい.（選択問題 I と II の両方を解答した場合は無効とする）

選択問題 I

以下の 3 つの C 関数 csa, f, g について問 1〜3 に答えよ．ただし unsigned short int は 16 ビット，unsigned long int は 32 ビットの，それぞれ符号なし整数であるものとする．また 2 項演算 e_1&e_2, e_1|e_2, e_1^e_2 の結果は，それぞれ整数 e_1 と e_2 のビットごとの論理積，論理和および排他的論理和であり，3 項演算 e_1?e_2:e_3 の結果は e_1 が 0 でなければ e_2，0 であれば e_3 である．

```
typedef unsigned short int usint;
typedef unsigned long int ulint;
void csa(usint a, usint b, usint c, usint *s, usint *t) {
  usint ss, tt;
  ss = a^b^c;  tt = a&b | b&c | c&a;
  *s = ss;  *t = tt;
}
ulint f(usint x, usint y, usint z) {
  usint s, t;
  csa(x,y,z,&s,&t);
  return(s+2*t);
}
ulint g(usint x, usint y) {
  ulint z;  usint s, t, i;
  z = 0;  t = 0;  s = (y&1)?x:0;
  for (i=0; i<15; i++) {
    z = z | ((s&1)<<i);  s = s>>1;  y = y>>1;
    csa((y&1)?x:0, s, t, &s, &t);
  }
  return(z | ((s+2*t)<<15));
}
```

問 1. 関数 csa は桁上げ保存加算器 (carry save adder) と呼ばれる回路の動作を模したものである．桁上げ保存加算器は，ある基本的な回路のビットごとの単純な繰り返しで実現される．この基本的な回路の名称を示せ．

問 2. 関数 f の返り値は，引数 x, y, z にある単純な演算を施した結果である．この演算が何かを示せ．また f によってその演算結果が得られることを証明せよ．

問 3. 関数 g の返り値は，引数 x と y にある単純な演算を施した結果である．この演算が何かを示せ．また g によってその演算結果が得られることを証明せよ．

選択問題 I 終了

【計算機工学】（つづき）

注意：計算機工学の問題は以下の選択問題 I か II のいずれかを選択して答えなさい．(選択問題 I と II の両方を解答した場合は無効とする)

選択問題 II

以下の C 関数 matmul_1 と matmul_2 は，ともに行列 x[N][N] と y[N][N] の積 z[N][N] を求めるものである．

```
void matmul_1(double x[N][N], double y[N][N], double z[N][N]) {
  int i,j,k;  double zij;
  for (i=0; i<N; i++) {
    for (j=0; j<N; j++) {
      zij = 0.0;
      for (k=0; k<N; k++) zij += x[i][k] * y[k][j];
      z[i][j] = zij;
} } }
void matmul_2(double x[N][N], double y[N][N], double z[N][N]) {
  int i,j,k;  double xij;
  for (i=0; i<N; i++) {
    for (j=0; j<N; j++) z[i][j] = 0.0;
    for (j=0; j<N; j++) {
      xij = x[i][j];
      for (k=0; k<N; k++) z[i][k] += xij * y[j][k];
} } }
```

これらの関数をそれぞれ，命令・データ分離型の 1 階層キャッシュを持つプロセッサ P で，全く同じ引数を与えて 2 回連続実行したときの性能について，問 1 と問 2 に答えよ．ただし P のデータキャッシュはブロックサイズが 32 byte，容量が 65536 byte，LRU 置換の完全連想 (full associative) キャッシュであるとする．また sizeof(double) は 8 であるものとし，配列以外の変数，引数，復帰アドレスは全てレジスタに置かれ，N は 4 の倍数であり，x[0][0], y[0][0], z[0][0] はいずれも 32 バイト境界に配置されているものとする．

問 1. matmul_1 の 2 回目の実行におけるデータキャッシュミスの回数を $a_1\mathrm{N}^3 + b_1\mathrm{N}^2 + c_1\mathrm{N} + d_1$ と，また matmul_2 の 2 回目の実行におけるデータキャッシュミスの回数を $a_2\mathrm{N}^3 + b_2\mathrm{N}^2 + c_2\mathrm{N} + d_2$ と，それぞれ表す．N が下記の値であるときの a_1 および a_2 の値（最内ループ 1 回あたりの平均ミス回数）をそれぞれ求めよ．

(1) $\mathrm{N} \geq 8192$

(2) $2048 \leq \mathrm{N} < 4096$

問 2. 問 1 の結果を踏まえて，matmul_1 と matmul_2 のいずれの性能が優るかを示せ．

選択問題 II 終了

【 人工知能 】

問題 1　以下では、$\sim$ は否定、$\wedge$ は AND、$\vee$ は OR、$\rightarrow$ は含意、$\forall$ は全称限量子、$\exists$ は存在限量子、x, y, z は変数を表わすものとする。また、述語 P, B, C を以下に示す意味で用いる。

$P(x,y)$:「x は y の親である」
$B(x,y)$:「x は y の兄弟である」
$C(x)$:「x は ネコである」

(1.1) 以下に示す 3 つの述語論理式 **I, II, III** をそれぞれ自然言語表現せよ。さらに、これらをスコーレム標準形に変換せよ。

I: $(\forall x)(\forall y)\{B(x,y) \rightarrow B(y,x)\}$

II: $(\forall x)(\forall y)\{B(x,y) \rightarrow (\exists z)(P(z,x) \wedge P(z,y))\}$

III: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)\{(P(z,x) \wedge P(z,y)) \rightarrow B(x,y)\}$

(1.2) 以下に示す 3 つの言明 **IV, V, VI** をそれぞれ述語論理式で表すとともに、それらをスコーレム標準形に変換せよ。

IV: ネコならば親がいる。

V: Mike はネコである。

VI: Mike の親なら Tom の親でもある。

(1.3) 上記の **III, IV, V, VI** から、以下の言明 **VII** が成立することを、導出原理を用いて示せ。

VII: Mike は Tom の兄弟である。

問題 2　解の探索方法について、500 字程度で説明せよ。ただし、縦型（深さ優先）探索・横型（幅優先）探索・ヒューリスティクス（発見的）探索・A* アルゴリズムについて、探索効率・最適性の観点からの対比も記述に含めること。

【オペレーションズ・リサーチ】

注意：　<u>オペレーションズ・リサーチの問題は選択問題IかIIのいずれかを選択して答えなさい.（選択問題IとIIの両方を解答した場合は無効とする.）</u>

選択問題 I

客が到着率 λ のポアソン過程に従って到着する単一サーバの待ち行列モデルを考え，次の各問に答えよ.

問1　ある客のサービス時間を t $(t > 0)$ としたときに，この間に n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ 人が到着する確率 $p_n(t)$ を示せ．さらに $p_n(t)$ の確率母関数 $P(z|t) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) z^n$ $(|z| \leq 1)$ を求めよ.

問2　サービス時間が確率分布関数 $B(t)$（ラプラス・スティルチェス変換を $B^*(s)$ と記す）に従うときに，1人のサービス時間中に到着する客数分布の確率母関数 $P(z)$ は $B^*(s)$ を用いてどのように書けるか示せ.

問3　この待ち行列の状態をシステム内客数で定義し，平衡状態の存在を仮定する．サービス完了直後にシステム内客数が i である確率を π_i $(i = 0, 1, 2, \ldots)$ で表すとき，この確率母関数 $\Pi(z)$ を導け.

問4　1人のサービス時間が固定長 c の前処理時間と平均 $1/\mu$ の指数分布に従う後処理時間の和で与えられるときに，$B^*(s)$ を示せ．またこのとき平均システム内客数と平均システム滞在時間を求めよ．但しシステム滞在時間は到着してから退去するまでの時間である.

問5　問4の場合，π_0 および π_1 を求めよ.

選択問題I　終了

【オペレーションズ・リサーチ】（続き）

注意：　オペレーションズ・リサーチの問題は選択問題 I か II のいずれかを選択して答えなさい.（選択問題 I と II の両方を解答した場合は無効とする.）

選択問題　II

2 実変数連続関数

$$f(x,y) = 3x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 6y + 12$$

に対し，次の制約なし非線形計画問題 P を考える.

$$\mathrm{P}: \quad \text{minimize} \quad f(x,y)$$

このとき，以下の問に答えよ.

問 1. 関数 $f(x,y)$ が凸であることを示せ.

問 2. $f(x,y)$ を最小とする (x,y) と，そのときの $f(x,y)$ の値を求めよ.

問 3. 問題 P をニュートン法を用いて解くことを考える．第 k (≥ 0) ステップにおける探索点を $\boldsymbol{x}^{(k)} = (x^{(k)}, y^{(k)})^\top$ ($\top$ は転置記号) とする．第 $k+1$ ステップの点 $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ の更新式を次式で計算する.

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = \boldsymbol{x}^{(k)} + \alpha^{(k)} \boldsymbol{d}^{(k)}$$

ここで $\alpha^{(k)}$ は直線探索により得られるステップ幅，$\boldsymbol{d}^{(k)}$ は探索方向を表すベクトルである.

(1) 問題 P に対する $\boldsymbol{d}^{(k)}$ を求めよ.

(2) $\boldsymbol{x}^{(0)} = (0,1)$ を初期点としたとき，$\boldsymbol{x}^{(1)}$ を計算せよ.

問 4. 問題 P に不等式制約を加えた非線形画問題 P' を考える.

$$\begin{array}{lll} \mathrm{P'}: & \text{minimize} & f(x,y) \\ & \text{subject to} & -2x - y + 5 \leq 0 \end{array}$$

この問題 P' のカルーシュ・キューン・タッカー条件（またはキューン・タッカー条件）を求めることで，問題 P' の最適解を求めよ.

選択問題 II　終了