

平成28年度10月期入学 / 平成29年度4月期入学

京都大学大学院情報学研究科修士課程

システム科学専攻 入学者選抜 試験問題

**【専門科目】**

試験日時：平成28年8月8日（月） 午後1時00分より同4時00分

問題冊子頁数（表紙、中表紙、裏表紙を除いて）： 15頁

選択科目：下記の科目のうち、2科目を選択し解答すること。

【論理回路】（3）

【機械力学】（4）

【工業数学】（3）

【基本ソフトウェア】（2）

【電気・電子回路】（2）

【確率統計】（3）

【制御工学】（3）

【オペレーションズ・リサーチ】（2）

なお（ ）内数字は解答用紙の最大使用枚数を示す。

**注意：**

- (1) 上記科目から2科目を超えて選択してはいけない。3科目以上選択した場合は、本専門科目の答案を無効にすることがある。別紙の選択表への記入を忘れないこと。
- (2) すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
- (3) 解答は上記最大使用枚数に注意すること。対応する解答用紙に解答中の科目名を明記すること。なお各問題に注意書きがあればそれに従うこと。
- (4) 解答を表面に記入しきれない場合は裏面に記入してもよいが、表面において氏名、受験番号、整理番号などと記された部分の裏面にあたる上部を空白にしておくこと。（この上部は切り離すので、点線部分より下側を使用すること。）
- (5) 解答用紙は記入の有無にかかわらず持ち帰ってはならない。

## 【論理回路】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

### 問題 1

以下の設問に答えよ。

- (1)  $X = A\bar{B} + \bar{A}B$ ,  $Y = C\bar{D} + \bar{C}D$ ,  $Z = A\bar{D} + \bar{A}D$  であるとき、  
以下の  $P$  を  $A, B, C, D$  の最簡積和形で表せ。

$$P = \overline{(XY + \bar{X}Y + \bar{X}\bar{Y})(YZ + \bar{Y}Z + \bar{Y}\bar{Z})(ZX + \bar{Z}X + \bar{Z}\bar{X})}$$

- (2) 以下の  $Q$  を  $A, B, C, D$  の最簡和積形で表せ。

$$Q = A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D$$

### 問題 2

表 1 の状態遷移表によって定義される不完全定義順序回路について以下の設問に答えよ。なお、表中の  $X/Y$  の表記は次状態  $X$  と出力  $Y$  を示しており、 $-$  はドントケアである。例えば、状態  $A$  において入力  $0$  が与えられると  $0$  を出力し、状態  $B$  に遷移する。

- (1) 回路が状態  $M$  にある場合と状態  $N$  にある場合に、同一の入力列をそれぞれ与えたとき、回路の出力列が区別できないならば、状態対  $(M, N)$  は互いに両立的であると言う。互いに両立的な状態対をすべて示せ。
- (2) 状態の併合によって状態数をできるだけ減らし、併合後の状態に状態名を割り当てた状態遷移表を示せ。
- (3) 設問 (2) で求めた状態遷移表を実現する順序回路を D フリップフロップと AND, OR, NOT 素子を用いて記述せよ。

表 1: 状態遷移表

現状態	入力	
	0	1
A	B/0	C/1
B	E/0	A/0
C	B/0	F/1
D	-/0	C/-
E	D/1	G/0
F	D/-	-/1
G	E/0	F/0

(論理回路の問題は次ページに続く)

## 【論理回路】（続き）

### 問題 3

図 1 はある同期回路の挙動を 6 箇所 の電圧波形で示したものである。clk は同期クロック、 $A, B, C, D, E$  は回路の入力もしくは出力に対応する。クロック周波数は十分に低く、遅延は無視できるものとする。さまざまな仮定に基づいて回路を同定したい。以下の設問に答えよ。

- (1) この回路が入力  $A, B, C, D$  に対して  $E$  を出力する組み合わせ回路であると仮定する。 $E$  を  $A, B, C, D$  の最簡積和形論理式で記述し、図で表された挙動と矛盾のないようにせよ。なお図で示されていない値の組み合わせはドントケアとして扱う。
- (2) この回路が入力  $A, B$  に対して  $C, D$  を出力する順序回路であると仮定する。前時刻  $t-1$  における出力を  $C_0, D_0$  とし、現時刻  $t$  における入力を  $A_1, B_1$  とするとき、現時刻  $t$  における出力  $C_1, D_1$  を  $A_1, B_1, C_0, D_0$  の最簡積和形論理式で記述し、図で表された挙動と矛盾のないようにせよ。なお図で示されていない値の組み合わせはドントケアとして扱う。
- (3) 設問 (2) の回路の出力をそれぞれ JK フリップフロップの出力状態で表すものとする。出力  $C$  に対応する JK フリップフロップの入力を  $J_C, K_C$  とし出力を  $Q_C, \overline{Q}_C$  とする。同様にして出力  $D$  に対応する JK フリップフロップの入力を  $J_D, K_D$  とし出力を  $Q_D, \overline{Q}_D$  とする。このとき、 $J_D$  と  $K_D$  をそれぞれ  $A, B, Q_C, Q_D$  の最簡積和形論理式で記述せよ。
- (4) 以下の文 X が図 1 の挙動と矛盾しないように空欄「ア」に「和」もしくは「積」を、「イ」に自然数を当てはめよ。また設問 (2) で解答した論理式に基づく回路が文 X と整合するか否かを答えよ。  
 文 X: 「この回路は入力  $A$  と  $B$  の論理「ア」が真となった回数を出力  $C$  と  $D$  で示す「イ」進カウンタである」

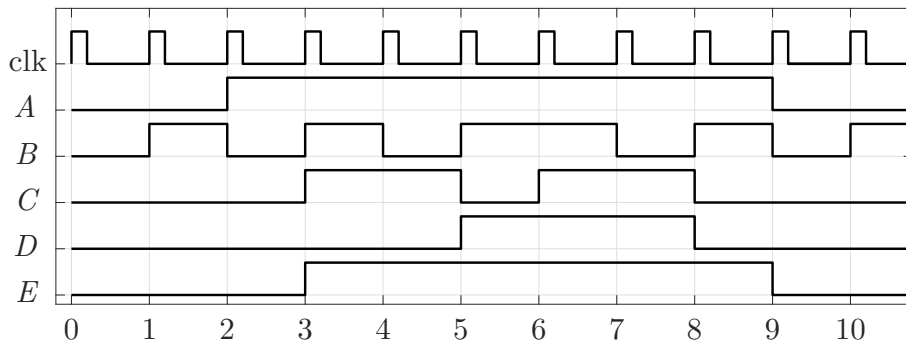


図 1: 電圧波形図

（論理回路の問題はここまで）

## 【機械力学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

### 問題 1

質量が  $M$  で同一形状の板材四枚を接合することで、図 1 に示すような剛体を組み立てる。板材は均質な長方形で、厚さは無視できるとする。板材どうしは、一方の中央と他方の端部の間で、互いが直角となるように固定される。さらに、剛体は支点  $O$  において、鉛直面内で回転自由に支持され、板材は鉛直面に対して常に垂直となる。鉛直方向からの剛体の振れ角を  $\theta$  とする。重力加速度は  $g$  とおく。空気抵抗や摩擦力などは無視できるとする。

- (1) 剛体の重心から支点までの距離を求めよ。
- (2) 支点まわりの剛体の慣性モーメントを求めよ。
- (3) この剛体が微小な振れ角で揺動するときの周期と、ある単振子の周期が一致したとすると、単振子の長さはいくらになるか答えよ。

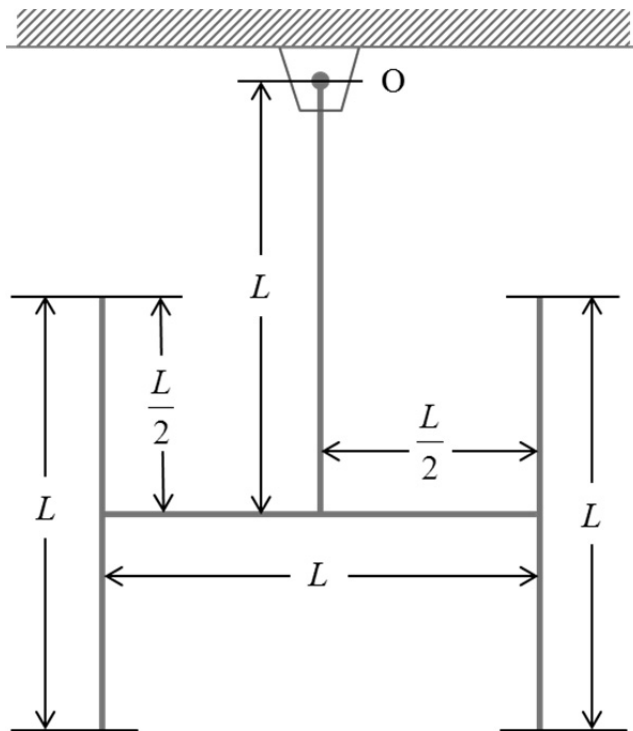


図 1

(機械力学の問題は次ページに続く)

## 【機械力学】（続き）

### 問題 2

図 2 に示すように、均質で一様な厚みを持つ円板が水平面上を転がって斜面に衝突し斜面を登る鉛直面内運動を考える．円板の質量と半径をそれぞれ  $M$  と  $c$  とし、斜面の傾斜角を  $\alpha$  ( $\alpha < \pi/2$ )、重力加速度を  $g$  とする．斜面と衝突する前の円板の角速度は  $\omega = \omega_0$  とする．円板と水平面および斜面との間にすべりや転がり抵抗はなく、衝突はすべて完全非弾性衝突として、以下の設問に答えよ．

- (1) 円板がその中心を通り円板面と垂直な軸まわりに持つ慣性モーメントを求めよ．
- (2) 斜面と衝突した直後における円板の角速度  $\omega = \omega_1$  を求めよ．
- (3) 衝突後に斜面を登った円板の重心が達する水平面からの最大高さを求めよ．
- (4) 円板は斜面上で最大高さに達した後に斜面を転がり落ちる．その後、水平面上を転がるときの円板の角速度  $\omega = \omega_2$  を求めよ．

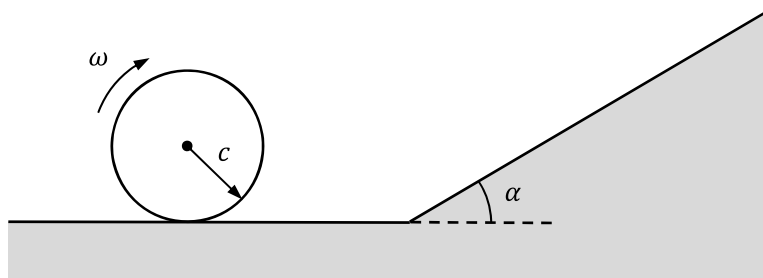


図 2

## 【工業数学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

以下すべての問題において  $i$  および  $e$  はそれぞれ虚数単位および自然対数の底を表すものとする。

問題 1  $z$  を複素変数として以下の設問に答えよ。

(1) 次の複素関数の極と零点をすべて求めよ。

$$\frac{e^z - e^{-z}}{e^z + 3e^{-z}}$$

(2) べき級数  $\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 3^n)z^n$  の収束半径を求めよ。

問題 2 複素変数  $z$  の関数  $f(z) = e^{1/z}$  を考える。 $z$  を 0 に近づけたときの関数  $f$  の挙動について、以下の設問に答えよ。

(1)  $z$  を実軸の正の側から 0 に近づけたときの  $f(z)$  の極限 (右極限)  $\lim_{z \rightarrow +0} f(z)$  を求めよ。

(2)  $z$  を実軸の負の側から 0 に近づけたときの  $f(z)$  の極限 (左極限)  $\lim_{z \rightarrow -0} f(z)$  を求めよ。

(3)  $\theta$  を実数とし、 $a_k = \frac{1}{i(\theta + 2k\pi)}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) とする。極限  $\lim_{k \rightarrow \infty} f(a_k)$  を求めよ。

(4) 任意の複素数  $w$  に対し、0 に収束する複素数列  $b_1, b_2, \dots$  をうまく選んで  $\lim_{k \rightarrow \infty} f(b_k) = w$  が成り立つようにできることを示せ。

問題 3  $a, b, c$  を正の実数とし、 $x$  を変数とする方程式  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  が重解を持たないものとする。積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{ax^4 + bx^2 + c}$$

を求めよ。

(工業数学の問題はここまで)

## 【基本ソフトウェア】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

### 問題 1

以下に示す C 言語の関数  $f(a, n, k)$  は、 $n$  要素 ( $n > 0$ ) の配列  $a$  のソート (sort) を、一種の基数ソート (radix sort) のアルゴリズム (基数 2) により行うものである。ただし  $a$  の各要素は unsigned int 型の要素  $key$  を持つ構造体  $s$  へのポインタであり、 $key$  の値を  $X$  とし、引数  $k$  の値を  $K$  としたとき、ソートは  $X \bmod 2^K$  の昇順 (ascending order) で行われる。また  $K$  は、unsigned int 型の整数データの表現に必要なビット数以下の正整数である。この関数  $f()$  と、 $f()$  から呼び出される関数  $g()$  について、設問 (1)~(3) に答えよ。

```
void g(struct s **a, struct s **b, unsigned int m) {
    struct s **aa = a, **bb = b;
    while (a<b) {
        while (a<b && !((*a)->key & m)) a++;
        while ((a) _____);
        if (a<b) {
            struct s *t = *a;
            (b) _____;
            (c) _____;
        }
    }
    if (m>1) {
        if ((d) _____) g(aa, (e) _____, (f) _____);
        if ((g) _____) g((h) _____, (i) _____, (j) _____);
    }
}

void f(struct s **a, int n, int k) {
    if (n>1) g(a, a+n, (unsigned int)1<<(k-1));
}
```

- (1) 下線部 (a)~(j) を C 言語の式 (代入式を含む) で埋めて、関数  $g()$  を完成させよ。なおその際、ソートに要する時間ができるだけ短くなるように配慮せよ。
- (2) 関数  $f()$  が用いているアルゴリズムの最悪時間計算量のオーダーを、関数  $f()$  の引数  $n$  の値を  $N$  として求め、その理由を簡潔に示せ。なお引数  $k$  の値  $K$  は定数であるとみなしてよい。
- (3) 関数  $f()$  が用いているアルゴリズムは、 $key$  の値を上位ビットから順に処理するが、より一般的な基数ソートでは下位ビットから順に処理する。この両者を、作業領域量のオーダーと安定性 (stability) の観点で比較し、両者の優劣を簡潔に議論せよ。

(基本ソフトウェアの問題は次ページに続く)

## 【基本ソフトウェア】（続き）

### 問題 2

ページング方式による主記憶のページ置換えを考える．参照列  $R$  に対し  $m$  個のページ枠を使用してページ置換えを行う場合のページフォルト率を  $P(m)$  とするとき，以下の設問に答えよ．ただし，初期状態においてページ枠の内容はすべて空とする．

- (1) 次の  $R$  に対して，FIFO (First In First Out) 置換えアルゴリズムを用いた場合の  $P(4)$  の値を求めよ．

$$R = 0, 1, 2, 3, 0, 1, 4, 0, 1, 2, 3, 2$$

- (2) 時刻  $t$  ( $t \geq 0$ ,  $t$  は整数) に参照されるページを  $R(t)$  とし， $R(t) = t \bmod n$  ( $n > m$ ,  $n$  は自然数) で与えられる参照列を考える．LRU (Least Recently Used) 置換えアルゴリズムを用いた場合の  $P(m)$  の値を答えよ．
- (3) 設問 (2) の  $R$  に対して，ページフォルト率が最小となるページ置換えアルゴリズムを用いる．十分に時間が経過すると  $P(m)$  はどのような値に近づくか， $m$  と  $n$  を用いて表せ．
- (4) エージング (Aging) は LRU 置換えアルゴリズムを近似したページ置換えを実現する考え方である．エージングとはどのような考え方であるか答えよ．また，その実現方法を説明せよ．

(基本ソフトウェアの問題はここまで)



## 【電気・電子回路】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること

**問題 1** 図 1, 3 において,  $R_1, R_2$  は抵抗,  $L$  はインダクタ,  $C$  はキャパシタとする. 以下の設問に答えよ.

- (1) 図 1 の回路において,  $t$  を時刻とし図 2 の波形をもつ電圧  $e(t)$  を印加したとき, 抵抗  $R_1$  に流れる電流  $i$  を時刻  $t$  の関数として求めよ. ただし,  $t \leq 0$  で回路に流れる電流は 0 とする.
- (2) 設問(1)のとき, 図 1 で定義されている端子間電圧  $V_L$  と, 端子間電圧  $V_{R1}$  を時刻  $t$  の関数としてそれぞれ求め, 図示せよ.
- (3) 図 3 のように, 端子電圧が  $E_1$  に充電されたキャパシタ  $C$  を特性インピーダンス  $Z$  の半無限長線路に抵抗  $R_2$  を介して接続し, 時刻  $t=0$  でスイッチを閉じる. このとき端子間電圧  $V_A$  を時刻  $t$  の関数として求め, 図示せよ. ただし, スイッチを閉じる前の線路の蓄積エネルギーは 0 とする.

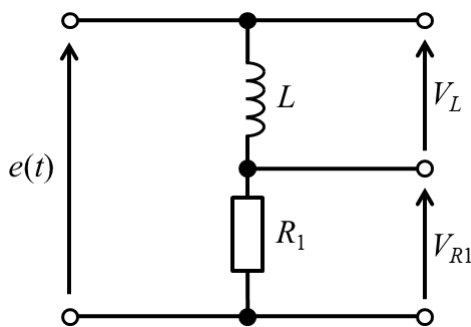


図 1

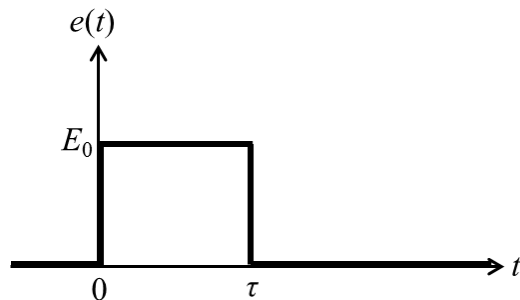


図 2

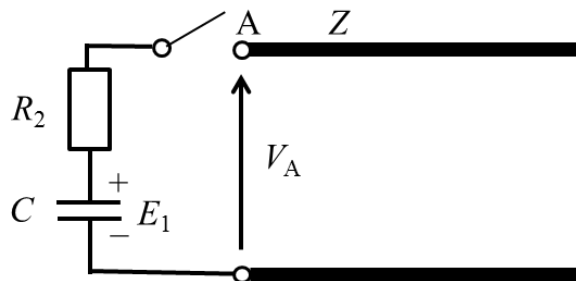


図 3

(電気・電子回路の問題は次ページに続く)

## 【電気・電子回路】（続き）

**問題2** 図4に示す増幅回路について、以下の設問に答えよ。ただし、演算増幅器は理想的であるものとし、 $R_1, R_2, R_3$ は抵抗である。また、 $R_4$ は三端子可変抵抗器であり、 $0 \leq a \leq 1$ としてA-B間の抵抗値は $(1-a)R_4$ 、A-C間の抵抗値は $aR_4$ 、B-C間の抵抗値は $R_4$ とする。図中の $V_i$ と $V_o$ はそれぞれ回路の入力と出力の電位である。

- (1) 閉ループ利得  $G = V_o/V_i$  を、 $R_1, R_2, R_3, a$  を用いて表せ。
- (2) 三端子可変抵抗器の  $a$  の値を  $0 \leq a \leq 1$  の範囲で調節することで閉ループ利得  $G$  の最小値が  $-10$ 、最大値が  $11$  となるような、 $R_1, R_2, R_3$  の値の組を一つ答えよ。

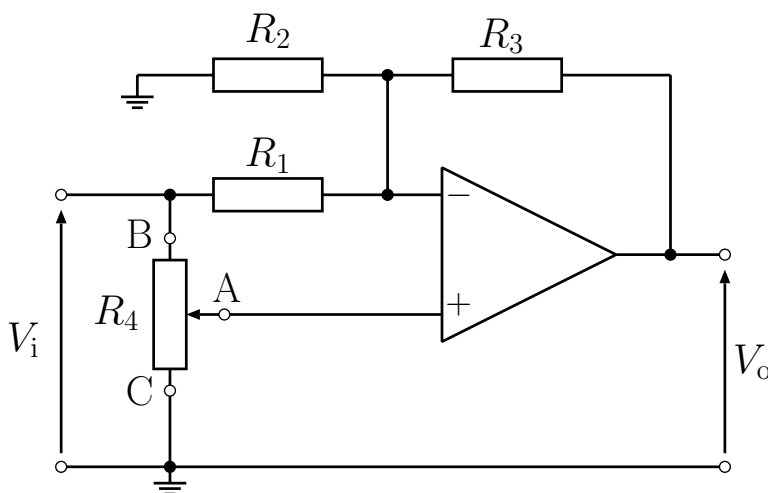


図4

(電気・電子回路の問題はここまで)

## 【確率統計】

注意： 問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

問題 1 下記の確率密度関数にしたがう確率変数  $X$  について、以下の設問に答えよ。  
ただし、 $\alpha > 0, \beta > 0$  はパラメータ（母数）である。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right) & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$$

(1) 確率変数  $X$  の平均を、以下のガンマ関数とパラメータを用いて表せ。

$$\Gamma(\theta) = \int_0^\infty x^{\theta-1} e^{-x} dx \quad (\theta > 0)$$

(2) 確率密度関数  $f(x)$  が規定する確率分布から、大きさ  $n$  の無作為標本

$$\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

が得られたとする。このとき、パラメータ  $\alpha = \alpha_0$  を既知として、パラメータ  $\beta$  の最尤推定量を求めよ。

問題 2 以下の設問に答えよ。

(1)  $X_1, X_2, \dots, X_n$  を、独立かつ同一の確率分布（確率密度関数を  $f(x)$ 、累積分布関数を  $F(x)$  とする）にしたがう確率変数とする。このとき、 $X_1, X_2, \dots, X_n$  の最小値

$$Z = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

もまた確率変数となるが、その確率密度関数  $g(z)$  を  $f$  と  $F$  を用いて表せ。

(2) 設問 (1) の  $X_1, X_2, \dots, X_n$  の確率分布が区間  $[0, b]$  の一様分布 ( $b > 0$ ) であるとき

$$Z = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

の期待値を求めよ。

(確率統計の問題は次ページに続く)

## 【確率統計】 (続き)

**問題 3** 以下の設問に答えよ.

- (1) 半径  $a$  の円  $C$  内に, 2点  $A, B$  を独立かつそれぞれ円  $C$  内の一様分布にしたがうようにとる.  $AB$  間の距離を  $R$  としたとき,  $R^2$  の期待値を求めよ.
- (2) 設問 (1) において, 点  $A$  を中心とし  $AB$  間の距離  $R$  を半径とする円が, 円  $C$  内に全て含まれる確率を求めよ.

(確率統計の問題はここまで)

## 【制御工学】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

問題1 以下の設問に答えよ。

(1) 伝達関数が

$$\frac{2s + 2}{s + 2}$$

であるシステムの単位ステップ入力に対する応答を求めると

$$y(t) = A + Be^{Ct}, \quad t \geq 0$$

であった。定数  $A, B, C$  を求めよ。また、初期値  $y(0)$ 、初期速度  $\frac{dy}{dt}(0)$ 、および定常値  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  を明示して、この応答の概形を描け。

(2) 図1のシステムにおいて、

$$F(s) = \frac{3s + b}{s + a}, \quad G(s) = \frac{1}{s}$$

とする。このシステムが安定となる定数の組  $(a, b)$  の範囲を図示せよ。

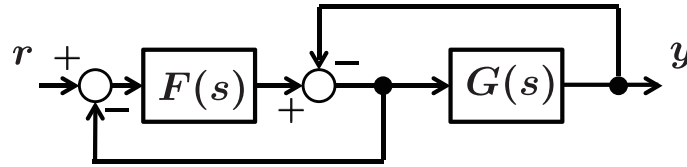


図1

(3) 設問(2)において、出力  $y$  がステップ目標値  $r$  に定常偏差なく追従するような定数の組  $(a, b)$  の範囲を図示せよ。

(制御工学の問題は次ページに続く)

## 【制御工学】( 続き )

問題 2 以下の設問に答えよ .

(1) 伝達関数が

$$\frac{50}{s^2 + 2s + 100}$$

であるシステムのボード線図において , ゲインが最大となる角周波数を  $\omega_r$  とする . 以下の 2 つの値を求めよ .

(a) 角周波数  $\omega_r$  (rad/s) ,      (b) ゲインの最大値 (dB)

(2) つぎのフィードバック制御系を考える .

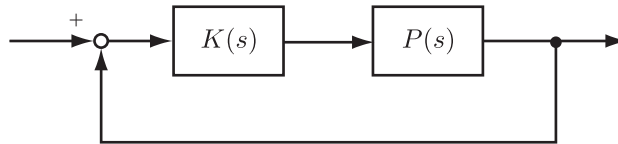


図 2

$P(s)$  と  $K(s)$  が以下のように与えられるとき , この制御系が安定限界になるような正の定数  $\alpha$  を求めよ .

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 4}, \quad K(s) = \frac{\alpha}{s}$$

(3) フィードバック制御系の安定判別法のひとつとしてナイキストの安定判別法があるが , この方法においては ,

(a) 開ループ系の不安定極 , (b) 開ループ系の周波数応答 , (c) 閉ループ系の不安定極の間で成立するある関係を利用していることが知られている .

- (i) (a) ~ (c) の間で成立する関係を述べよ .
- (ii) 設問 (i) の関係を用いて安定性を判別する手順を述べよ .

( 制御工学の問題はここまで )

# 【オペレーションズ・リサーチ】

注意：問題毎にそれぞれ別の解答用紙を使用すること。

## 問題 1

収容能力が  $C$  台の駐車場を考える。車は平均  $1/\lambda$  の間隔でポアソン過程に従って到着し、先着順に空き駐車枠に駐車する。各車の駐車時間は駐車枠への出し入れを含み、平均  $1/\mu$  の指数分布に従っているものとする。

駐車場が満車であるときには場外で空きを待つものとし、この待ち行列モデルの定常状態の存在を仮定し、次の各設問に答えよ。

- (1) 駐車中および駐車待ちの車の総数が  $n$  である確率を求めよ。
- (2) 駐車場に到着した時点で、待たずに駐車できる確率を求めよ。
- (3) 到着時点で総数が  $n$  (但し  $n > C$ ) であるときに、この条件のもとでの待ち時間分布を求めよ。

次に、場外での駐車待ちスペースがなく、駐車場が満車のときに到着した車はそのまま立ち去る場合に関して次の各設問に答えよ。

- (4) 駐車できずに立ち去る確率を求めよ。
- (5) この駐車場では駐車料金は1台につき、単位時間当たり  $\alpha$  円である。駐車場全体から得られる単位時間当たりの収入を求めよ。

(オペレーションズ・リサーチの問題は次ページに続く)

## 【オペレーションズ・リサーチ】(続き)

### 問題 2

合計  $r$  個のボールが箱 1, 箱 2 に入っているとす。ただし,  $r$  を 3 以上の整数とする。各ボールには 1 から  $r$  までの整数が重複することなく, 1 つずつ割り当てられており, 次の操作 A を繰り返すものとする。

操作 A:  $r$  個の整数  $\{1, 2, \dots, r\}$  から等確率で 1 つの整数を選び, その整数が割り当てられているボールを他方の箱に移す。

最初に箱 1 に入っていたボールの数を  $X_0$  とす。ただし,  $X_0$  は確率変数とする。さらに, 操作 A を  $n$  回繰り返した時点で箱 1 に入っているボールの数を  $X_n$  とす。このとき, 離散時間確率過程  $\{X_0, X_1, X_2, \dots\}$  は状態空間  $\{0, 1, \dots, r\}$  をもつ斉時なマルコフ連鎖となる。以下の各設問に答えよ。

- (1) すべての  $i, j \in \{0, 1, \dots, r\}$  について,  $P_{i,j} = \Pr(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$  を記述せよ。
- (2) マルコフ連鎖  $\{X_0, X_1, X_2, \dots\}$  の遷移確率行列  $\mathbf{P}$  を

$$\mathbf{P} := \begin{pmatrix} P_{0,0} & P_{0,1} & \cdots & P_{0,r} \\ P_{1,0} & P_{1,1} & \cdots & P_{1,r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{r,0} & P_{r,1} & \cdots & P_{r,r} \end{pmatrix}$$

と定義するとき,  $\mathbf{P}$  が既約であることを示せ。

- (3)  $\boldsymbol{\pi} := (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_r)$  を  $\mathbf{P}$  の定常分布ベクトル (定常確率ベクトル) とす。  $\boldsymbol{\pi}$  を求めよ。
- (4)  $E[X_n]$  を用いて  $E[X_{n+1}]$  を表わせ。ただし,  $E[\cdot]$  は期待値を表すものとする。
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} E[X_n]$  を求めよ。

(オペレーションズ・リサーチの問題はここまで)